

用随机涡法研究混合层中的颗粒扩散*

西北工业大学 许成岗** 严传俊 王宏基

【摘要】 由于 Stuart 的涡街模型不能模拟大尺度旋涡的发展与合并过程,因而影响了其所得结论的一般性。本文应用随机涡法对混合层中大尺度旋涡的产生、发展与合并过程进行直接模拟,定性研究了颗粒在混合层中的扩散,并在更一般的意义下获得了与 Crowe 相同的结论。

关键词: 随机涡法 混合层 湍流相干结构

1 前言

气固两相流动数值计算中对颗粒扩散的传统研究方法是把颗粒的湍流扩散与分子扩散相类比,用梯度输运规律来描述的。但有关扩散系数的实验数据却会在数量级水平上产生离散,从而说明梯度输运规律不足以全面反映颗粒湍流扩散的机理。颗粒受大尺度旋涡“有序”运动的影响要比受随机小尺度脉动的影响大得多。若定义颗粒 Stokes 数为颗粒的弛豫时间 τ_i 与大尺度旋涡特征时间 τ 之比,即 $St = \tau_i / \tau$,则当 $St \ll 1$ 时,颗粒将与流体保持速度平衡而随其运动,从而使得颗粒扩散等于流体扩散;若 $St \gg 1$ 时,则颗粒将几乎沿直线穿过大尺度旋涡而很小扩散;若 $St \approx 1$,则颗粒会被大尺度旋涡抛出,从而使颗粒扩散大于流体扩散。文献[1]还应用 Stuart 提出的混合层涡街模型进行了数值计算,并证实了上述概念的正确性。但由于 Stuart 的涡街模型不能反映旋涡之间的相互合并过程,在一定程度上影响了其结论的一般性,因为正是这种大尺度旋涡的发展与合并才是影响混合层发展的主要因素。为此,本文通过用随机涡法对图 1 所示的平面受限混合层中的大尺度旋涡结构的产生、发展与合并过程进行直接模拟来研究颗粒在混合层中的扩散。作为研究的第一步,本文暂不考虑颗粒存在对流动过程的影响,即在单向耦合的条件下讨论颗粒在混合层中的扩散。



图 1 平面受限混合层计算简图

2 流场及颗粒相模拟方法

二维不可压流动基本方程的无量纲形式为

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0, \quad (\partial \vec{U} / \partial t) + (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} = -\nabla P + (1/Re) \Delta \vec{U} \quad (1)$$

其中 $\vec{U}(U, V)$ 为速度, P 为压力, t 为时间, $Re = \Delta u H / \nu$ 为雷诺数, $\Delta u = u_1 - u_2$ 。其边界条件为:

$$\text{在进口: } \vec{U} = \begin{cases} (U_1, 0) & y > 0 \\ (U_2, 0) & y < 0 \end{cases}, \quad \text{在壁面上: } \vec{U} = 0 \quad (2)$$

由于混合层中上下两股气流的速度差是产生大尺度旋涡结构和影响混合层发展的主要原因,因此,为了减少计算工作量,计算中将上下壁面作为滑移边界处理,中心分离板则用由上下两股气流所形成的强度为 $\Delta U = U_1 - U_2$ 的涡层来代替,从而将壁面条件简化为 $\vec{U} \cdot \vec{n} = 0$ 。引入涡量 ξ 和流函数 ψ ,由(1)式可得

$$\Delta\psi = -\xi(\vec{x}) \quad , \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla)\xi = \frac{1}{Re}\Delta\xi \quad (3)$$

引入具有有限大小核心的 VB 涡(Vortex Blob)的概念^[2],可将涡量场表示为

$$\xi(\vec{x}) = \sum_j \Gamma_j f_{\delta_j}(\vec{x} - \vec{x}_j) \quad (4)$$

其中, $\vec{x}_j$ 为 VB 涡的中心坐标, δ_j 为其核心半径, $\Gamma_j = \int_{A_j} \xi(\vec{x}) d\vec{x} \approx \xi(\vec{x}_j) \delta A_j$ 为 VB 涡的环量, δA_j 为流场中涡量不为零的一个微小面积, $f_{\delta_j}(\vec{x} - \vec{x}_j) = \frac{1}{\delta_j^2} f(|\vec{x} - \vec{x}_j|/\delta_j)$,并且

$$f(r) = \begin{cases} 1/2\pi r & r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases}$$

因此,方程(3)可以改写为 $\Delta\psi = -\sum_j \Gamma_j f_{\delta_j}(\vec{x} - \vec{x}_j)$ (5)

涡量场已知情况下的不可压速度场 $\vec{U}$ 可以表示成如下的两部分之和: $\vec{U} = \vec{U}_\xi + \vec{U}_p$;其中, $\vec{U}_\xi$ 为方程(5)的一个特解, $\vec{U}_p$ 是一个无旋不可压有势场,它使 $\vec{U} = \vec{U}_\xi + \vec{U}_p$ 满足给定的边界条件。在应用 Schwarz-Christoffel 变换^[3]将物理平面(Z 平面)上的计算域变换成为变换平面(ζ 平面)上的上半平面之后,在变换平面上,物理平面的进口两股均匀流相当于置于 $(-1, 0)$ 和 $(1, 0)$ 两点处的两个强度分别为 U_1 和 U_2 的源。这时 $\vec{U}_\xi$ 和 $\vec{U}_p$ 可以分别用复数表示为^[4]

$$W_\xi(Z(\zeta)) = \left[\sum_j \frac{-i\Gamma_j}{2\pi} \frac{1}{\Delta\zeta_j} \frac{|\Delta\zeta_j|}{\max(|\Delta\zeta_j|, \delta_{\xi_j})} + \sum_j \frac{i\Gamma_j}{2\pi} \frac{1}{\Delta\zeta_j} \frac{|\Delta\zeta_j|}{\max(|\Delta\zeta_j|, \delta_{\xi_j})} \right] F(\zeta) \quad (6)$$

$$W_p(Z(\zeta)) = (1/\pi) [U_1/(\zeta+1) + U_2/(\zeta-1)] F(\zeta) \quad (7)$$

其中, $\Delta\zeta_j = \zeta_j - \zeta$, $\Delta\zeta_j = \zeta_j - \zeta$; $W_\xi = U_\xi - V_\xi i$, $W_p = U_p - V_p i$, $\delta_{\xi_j} = \delta_j F(\zeta_j)$

涡量运方程(5)的求解在随机涡方法中是分两步来完成的。

$$(\partial \xi / \partial t) + (\vec{U} \cdot \nabla)\xi = 0 \quad , \quad \partial \xi / \partial t = (1/Re)\Delta\xi \quad (8)$$

由于涡量场是用 VB 涡来表示的,方程(8)可以用 VB 涡的如下运动方程来近似^[4]

$$\vec{x}_j(t + \Delta t) = \vec{x}_j(t) + \vec{U}(\vec{x}_j(t)) \Delta t \quad j = 1, 2, \dots \quad (9)$$

这里 Δt 为时间步长,本文中取作 0.1。由于方程(8)的格林函数 $G(x, y, t) = \frac{Re/4\pi t}{\sqrt{Re/4\pi t}} \exp \left[-\frac{(Re/4t)X^2}{2} \right] \cdot \frac{Re/4\pi t}{\sqrt{Re/4\pi t}} \exp \left[-\frac{(Re/4t)Y^2}{2} \right]$,正好是两个均值为零、方差为 $2t/Re$ 的高斯随机变量 η_x 和 η_y 的概率密度的乘积,因此,给定 t 时刻流场中 VB 涡分布,则在 $t + \Delta t$ 时刻由于粘性所引起的涡量扩散过程就可以用这些 VB 涡在 x 和 y 两个方向上相互独立地取均值为零、方差为 $2\Delta t/Re$ 的随机位移来模拟,即

$$\vec{x}_j(t + \Delta t) = \vec{x}_j(t) + \vec{\eta} \quad j = 1, 2, \dots \quad (10)$$

其中, $\vec{\eta} = (\eta_x, \eta_y)$ 。联合(9)和(10),则式(3)中第 2 式可用 VB 涡的如下运动方程近似

$$\vec{x}_j(t + \Delta t) = \vec{x}_j(t) + \vec{U}(\vec{x}_j(t)) \Delta t + \vec{\eta} \quad j = 1, 2, \dots \quad (11)$$

在本文的简化假设下,VB 涡只能在中心分离板端点处产生,并且由于涡层的强度为 ΔU ,由此引起的环量产生率为 $\Gamma = \Delta U \cdot U_m$, $U_m = (1/2)(U_1 + U_2)$,在每一时间步长中进入混合层的环量为 $\Delta\Gamma = \Gamma \Delta t$ 。将此环量赋给 N (文中取 $N = 6$) 个 VB 涡,它们相邻之间在 X 方向上的距离为 $U_m \Delta t / N$,其 Y 坐标取均值为零,方差为 $2\Delta t / Re$ 的随机数,涡核半径 δ_i 取作 $U_m \Delta t / \pi N$ 。

颗粒相通过在 Lagrange 坐标对每个颗粒进行跟踪来模拟。由于用随机涡法所模拟的速度场是一个瞬时场而不是一个平均场,因此无须建立颗粒的湍流扩散模型。假设颗粒直径为 d_p 、密度为 ρ_p ,则颗粒的运动方程可以表示为^[1]

$$d\vec{U}_p/dt = (f/St)(\vec{U} - \vec{U}_p) \tag{12}$$

引入无量纲颗粒直径 $\gamma_d = d_p/H$ 和无量纲密度 $\gamma_p = \rho_p/\rho$ (ρ 为气相材料密度) 后, f 和 St 分别表为

$$f = 1.0 + 0.15(|\vec{U} - \vec{U}_p| \gamma_d Re)^{2/3}, \quad St = (1/18) \gamma_d^2 \gamma_p Re \tag{13}$$

3 计算结果及分析

图 2 给出了 $Re = 4000$ 、 $U_2/U_1 = 1/3$ 时,4 个不同时刻流场中 VB 涡的分布情况。图中的小

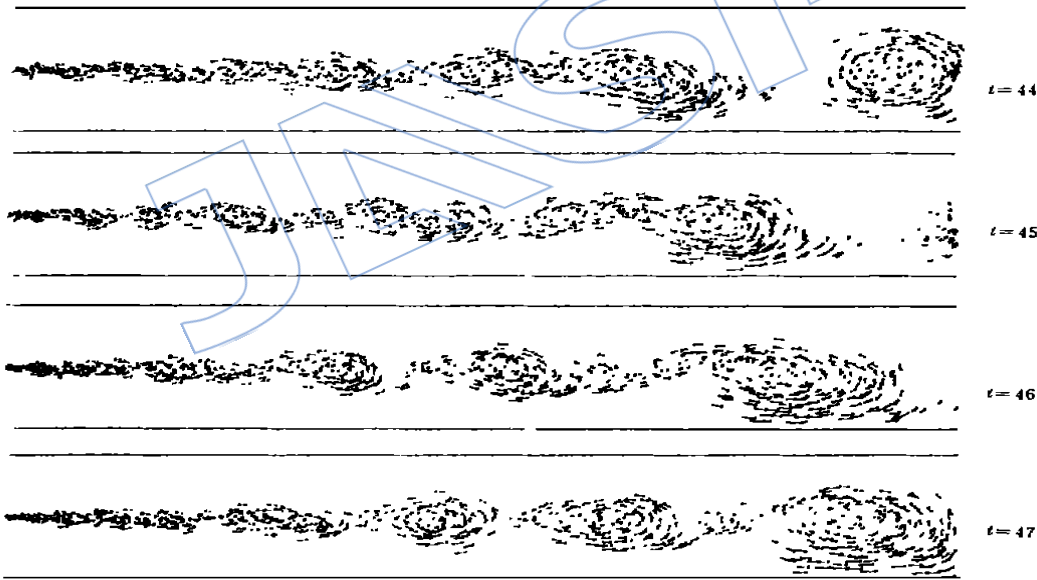


图 2 混合层中的大尺度旋涡结构及其发展

圆点表示 VB 涡的位置,从小圆点划出的直线段表示相对于以水平速度 U_m 平移的坐标系、流场中 VB 涡所在点处的速度大小和方向。从中可看出混合层中大尺度旋涡结构的产生、发展与相互合并过程,在定性上与实验现象相符,说明用随机涡法模拟混合层流动,可以较好地反映流动发展过程的机理。为了研究颗粒在混合层中的扩散,在混合层充分发展后,在分离板端点处放入颗粒,颗粒放入时的初始速度为 $(U_m, 0)$ 。在本文计算中,颗粒是在 $t = 20.0$ 时放入的。结果表明,在小 St 数下(如 $St \leq 1.0$),颗粒在流场中的扩散结构与流场中的大尺度旋涡结构很相

似,但随着 St 数的增大,旋涡中心区的颗粒减小,如图3(a)、(b)所示。当 St 数很大时(如 $St=50.0$),颗粒几乎沿直线穿过大尺度旋涡结构,很少产生扩散,如图3(c)所示。

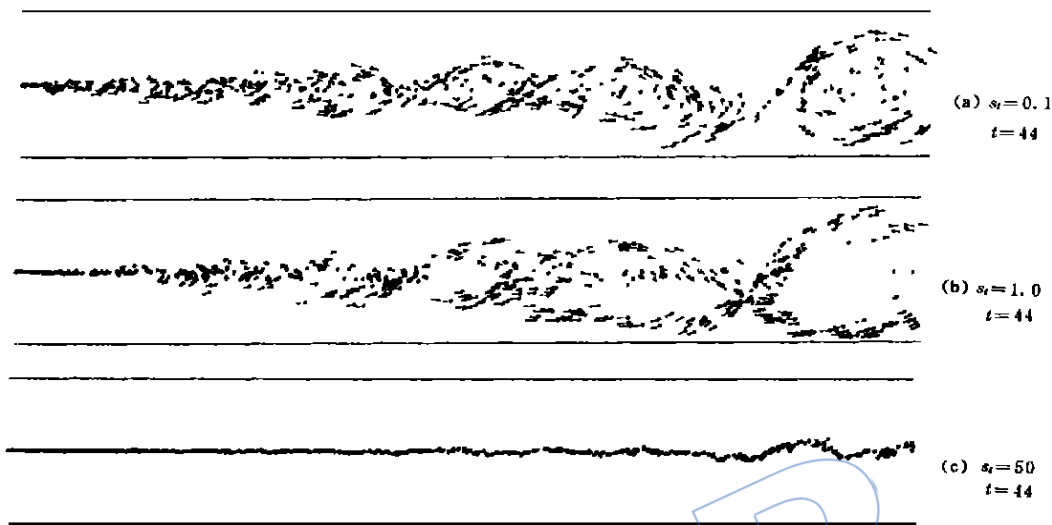


图3 混合层中的颗粒结构

图4中颗粒的位置方差 $D_y^2(t)$ 的定义为 $D_y^2(t)$

$$= \frac{1}{N(t)} \sum_{i=1}^{N(t)} [x_i(t) - y_m(t)]^2. \text{ 其中 } y_m(t) = \frac{1}{N(t)}$$

$$\sum_{i=1}^{N(t)} y_i(t), N(t) \text{ 为 } t \text{ 时刻流场中的颗粒总数, } y_i(t) \text{ 为}$$

t 时刻流场中第 i 个颗粒的 y 坐标。可以看出,在一定的雷诺数和速度比情况下,存在一个使颗粒扩散最大的颗粒 St 数。这与文献[1]得出的结论是一致的。

随机涡法可以真实地再现湍流中大尺度旋涡结构的产生和发展过程,而目前的湍流模型还做不到这一点。但和湍流模型方法比较,这种方法的计算量要大得多。因此如何在保持其特有优点的条件下尽可能减小计算工作以及如何在传统的湍流模型中考虑大尺度旋涡结构的影响,如何在用随机涡法计算两相流问题时考虑两相之间的耦合尚有待研究。

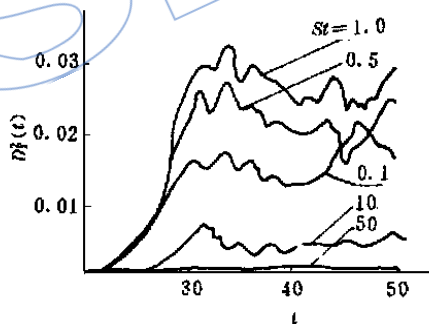


图4 St 变化对颗粒位置方差的影响

参 考 文 献

- 1 Crowe C R, Gore R A, Troutt T R. Particle Dispersion by Coherent Structure in Free Shear Flow. Particulate Science and Technology, 1985, 3: 149- 158
- 2 Chorin A J. Numerical Study of Slightly Viscous Flow. J. Fluid. Mech., 1973, 57(4): 785- 796
- 3 Ghoniem A F, Ng K K. Numerical Study of the Dynamics of a Forced Shear Layer. Phys. Fluids, 1987, 30(3): 706- 721
- 4 许成岗. 离散涡法及其在湍流反应流和二相流中的应用:[学位论文]. 西安: 西北工业大学航空发动机系, 1992

(责任编辑 魏星禄)

AN OPTIMIZATION METHOD FOR STATISTICAL ASCERTAINMENT OF THE MOST PROBABLE PEAK TEMPERATURE AT COMBUSTOR EXIT

Ding Yisheng and Lin Xiurong

(*Northwestern Polytechnical University*)

ABSTRACT

With a limited number of exit temperature measurements of a gas turbine combustion chamber, it is most unlikely to take a measurement just at the correct position of the real hot-spot. On the other hand, numerical prediction of the hot-spot temperature so far is impracticable. In this paper, on the basis of principles of statistical analysis, a very simple and effective two-dimensional optimization method is employed to process the multi-measured temperature data taken at an annular combustion chamber exit under a specified operating condition. As expected, an optimum fitting Weibull equation is obtained, which can meet the preset accuracy requirement of evaluation by applying least square method, and then a calculation formula is derived, which can be used to ascertain the most probable exit peak temperature value with confidence. A numerical example shows that the most probable exit peak temperature (namely the real hot-spot temperature) is higher to a certain extent than the maximum value measured. Some other potential applications of this method are also mentioned very briefly.

A NUMERICAL STUDY OF PARTICLE DISPERSION IN MIXING LAYER WITH RANDOM VORTEX METHOD

Xu Chenggang, Yan Chuanjun, Wan Hongji

(*Northwestern Polytechnical University*)

ABSTRACT

Quasi-two-dimensional large scale vortex structure has a dominant effect on development of plane mixing layer. Crowe used Stuart's Vortices to simulate particle dispersion in free shear flows. The results of his simulation show that the experimental observations indicating particle dispersion rates greater than the fluid dispersion rates in free shear layer could be attributed to the effect of large scale vortex structure on particle dispersion. It is the incapability of Stuart's vortices of simulating development and merging process of these large scale vortex structure, that compromises the generality of his results. In this paper, we studied the particle dispersion in the mixing layer by using the random vortex method to simulate the creation, development and merging processes and the same results as Crowe's are obtained but in a more general sense.

MEASUREMENT AND PREDICTION OF INTERNAL 2-D TURBULENT BOUNDARY LAYER SEPARATION

Yin Junfei

(*Nanjing Aeronautical Institute*)

ABSTRACT

An incompressible turbulent boundary layer separation in a two-dimensional diffuser was surveyed using laser doppler velocimeter, and its time-averaged velocities and turbulence quantities were obtained. The time averaged velocity profiles were compared with several empirical relationships. Prediction was made by using a quasi-simultaneous viscous/inviscid interaction model and was compared with the experiment. The prediction with two empirical relationships of shape factor $H_1 = H_1(H)$ was compared. The prediction is in agreement with the experiment before the strong reversing flow.